ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 29 SEPTEMBRE 1924.

PRÉSIDENCE DE M LOUIS BOHVIER

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le President souhaite la bienvenue à MM. Stekloff et Kryloff, membres de l'Académie des Sciences de Pétrograd, qui assistent à la séance.

M. Andoner s'exprime en ces termes :

Je voudrais revenir un instant sur une Note de presse, conçue en termes ambigus, annonçant la découverte d'un cinquième satellite de Jupiter et la détermination de son orbite par M. James Robertson. Il y a tout lieu de croire que voici la vérité à ce sujet :

M. J. Robertson, qui appartient à la rédaction de l'American Ephemeris, à Washington, a en effet communiqué dans le numéro du 28 août de l'Astronomical Journal, une nouvelle détermination de l'orbite du cinquième satellite de Jupiter, découvert par E.-E. Barnard le 9 septembre 1892, à Mount-Hamilton. Cette nouvelle détermination est basée sur 1294 observations faites par Barnard aux observatoires Lick et Yerkes. La question avait d'ailleurs été étudiée déjà par M. Robertson lui-même en 1893, par F. Tisserand en 1894 et par F. Cohn en 1896.

Je rappelle que ce cinquième satellite, visible seulement dans les instruments les plus puissants, accomplit sa révolution autour de la planète en un peu moins de 12 heures dans une orbite presque circulaire, et dans le sens direct; le mouvement du périjove est d'environ 2°, 5 par jour.

M. G. Urbaix fait hommage à l'Académie de deux ouvrages qu'il vient de publier sous les titres : L'Énergétique des réactions chimiques et Le tombeau d'Aristoxène. Essai sur la musique.

CORRESPONDANCE.

M. le Secretaire perpétuel signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance:

Un médecin philosophe. Charles Bouchard, son œuvre et son temps (1837-1915), par Paul Le Gendre. (Présenté par M. E. Quénu.)

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — Les développables cyclifiantes d'une courbe et leur application à la théorie des courbes tracées sur une surface. Note de M^{me} Sylvie Creanga, présentée par M. Appell.

1. Molins (!) a trouvé deux surfaces développables, qui par développement transforment une courbe Γ en un cercle, engendrées par un plan P qui, r^o passe par la tangente de la courbe et 2^o fait avec son plan osculateur un angle déterminé par la formule $\frac{\cos i}{\rho} = \frac{1}{R} \left(\rho, R : \text{le rayon de courbure de la courbe, le rayon du cercle} \right)$. On peut trouver une infinité de surfaces développables, qui conduisent au même résultat. On peut les nommer cyclifiantes. Pour cela on remplace la condition r^o de Molins par une autre et l'on considère les surfaces enveloppées par un plan P, dit cyclifiant, qui passe par un point M de la courbe, et dont les paramètres sont des fonctions du paramètre qui détermine la position du point sur la courbe; dans ce cas encore, quoique la courbe n'est pas sur la développable, ses points sont dans les plans tangents à la développable, et par le développement déterminent une courbe, qui peut être considérée comme la transformée de la courbe donnée. Il s'agit de trouver la relation entre les rayons de courbure ρ de la courbe Γ et R de la transformée C, différente ici de celle

⁽¹⁾ Journal de Math., 2° série, t. 1, 1856, p. 265.

de Catalan (¹). Soient M, M', M" trois points consécutifs de la courbe Γ ; P, P', P", les plans consécutifs correspondants; d, d' les caractéristiques correspondantes; m', m'' les points résultants de M', M" par le développement sur P; O le centre du cercle Mm'm''. On considère la surface canal engendrée par la rotation du cercle O autour de d jusque dans le plan P', autour de d' jusqu'en P'', etc. Si l'on désigne par α l'angle du plan osculateur de la courbe avec le plan passant par la tangente, perpendiculaire à P, le rayon de courbure normale de la courbe est, suivant le théorème de Meusnier et d'après la tormule d'Euler, $\frac{\sin \alpha}{\rho} = \frac{\cos^2 \theta}{r_2} + \frac{\sin^2 \theta}{r_1}$.

Les lignes de courbure au point M sont : le cercle O et sa trajectoire orthogonale, normale à la surface. Soit $r_2 = R$, alors θ représente l'angle de la courbe Γ avec le plan P. Une courbe trajectoire orthogonale du cercle est le trajet de M dans la génération de la surface canal, qui se confond jusqu'au plan P' avec le cercle décrit par M autour de d; le rayon de courbure de cette courbe est la distance r du point M à la caractéristique.

Donc le rayon de courbure de la section principale est $\frac{r}{\cos \omega}$, ω représentant l'angle de la caractéristique avec le plan qui projette la tangente de Γ sur P. La relation cherchée peut prendre la forme

$$\frac{1}{\cos^2\theta}\left(\frac{\sin\alpha}{\rho} - \frac{\cos\omega}{r}\right) + \frac{\cos\omega}{r} = \frac{1}{\Re}.$$

Si $\mathfrak A$ est constant, la courbe transformée est un cercle. Le cas de Molins s'obtient pour $\theta=0,\,\alpha=\frac{\pi}{2}-i,\,r=0.$

2. Je signale comme intéressantes les courbes pour lesquelles le plan cyclifiant a une position importante par rapport à la surface considérée. Si on lui impose la condition de contenir une direction Γ' , tangente à la surface au point correspondant de Γ , alors les directions de Γ et Γ' seront appelées dans la suite cyclifiablement conjuguées \Re . Je me propose de trouver la relation entre deux telles directions par l'application de la formule (1) à ce cas.

Désignant par \overline{x} , x, les coordonnées courantes, les coordonnées d'un point sur la surface; ds, δs , ∂s , les différentielles de l'arc sur Γ , Γ' et sur la direction perpendiculaire à Γ' , nous aurons, pour le plan (P), la caractéris-

⁽¹⁾ Comptes rendus, t. 17, 1843, p. 738.

tique (PP') et la perpendiculaire à la caractéristique (D), les équations

(P)
$$\partial x(\overline{x}-x) + \partial y(\overline{y}-y) + \partial z(\overline{z}-z) = 0,$$

(P')
$$\begin{cases} d \, \partial x (x-x) + d \, \partial y (\overline{y}-y) + d \, \partial z (\overline{z}-z) - \cos \theta' \, ds \, \partial s = 0 \\ (\theta', \text{ l'angle des directions } d, \, \theta), \end{cases}$$

Dans ce cas, dans l'équation (1), $\frac{\sin \alpha}{\rho}$ représente la courbure normale de la courbe Γ sur la surface considérée; θ , l'angle des directions (d, δ) ; ω l'angle de la caractéristique avec la direction δ.

$$\frac{\sum (\partial y \, d \, \partial z - \partial z \, d \, \partial y) \, \partial x}{\delta s \, \partial s \, \sqrt{\sum (d \, \partial x)^2 - (d \, \partial s)^2}} = \frac{\sum X \, d \, \partial x}{\sqrt{\sum (d \, \partial x)^2 - (d \, \partial s)^2}} = \frac{-\sum dX \, \partial x}{\sqrt{\sum (d \, \partial x)^2 - (d \, \partial s)^2}}$$

$$(x, y, z, \text{ les cosinus directeurs de la normale à la surface}).$$

Si l'on remplace les valeurs (D) dans P', on a la valeur de r et, en vertu de (2), on trouve

$$\begin{split} \frac{\cos\omega}{r} &= \frac{\mathbf{\Sigma}\,d\mathbf{X}\,\partial x}{\cos\theta'\,ds\,\partial s} = -\frac{\mathbf{D}\,du\,\partial u + \mathbf{D}'(\,du\,\partial v + dv\,\partial u) + \mathbf{D}''\,dv\,\partial v}{\mathbf{E}\,du\,\partial u + \mathbf{F}\,(du\,\partial v + dv\,\partial u) + \mathbf{G}\,dv\,\partial v} \\ &= -\frac{(\mathbf{DF} - \mathbf{D}'\mathbf{E})\,du\,\partial u + (\mathbf{DG} - \mathbf{D}'\mathbf{F})\,du\,\partial v + (\mathbf{D}'\mathbf{F} - \mathbf{D}''\mathbf{E})\,dv\,\partial u + (\mathbf{D}'\mathbf{G} - \mathbf{D}''\mathbf{F})\,dv\,\partial v}{(\mathbf{EG} - \mathbf{F}^2)\,(du\,\partial v - dv\,\partial u)} \end{split}$$

après qu'on a remplacé la direction θ par δ, liée avec elle par la relation

$$E \partial u \, \delta u + F(\partial u \, \delta v + \partial v \, \delta u) + G \, \partial v \, \delta v = o.$$

Les calculs effectués, l'équation (1) devient

$$\frac{(\operatorname{E} \delta u^2 + 2\operatorname{F} \delta u \, \delta v + \operatorname{G} \delta v^2)[(\operatorname{FD} - \operatorname{ED}') \, du^2 + (\operatorname{DG} - \operatorname{D}''\operatorname{E}) \, du \, dv + (\operatorname{D}'\operatorname{G} - \operatorname{D}''\operatorname{F}) \, dv^2]}{(\operatorname{EG} - \operatorname{F}^2) \, (du \, \delta v - dv \, \delta u)[\operatorname{E} \, du \, \delta u + \operatorname{F} \, (du \, \delta v + dv \, \delta u) + \operatorname{G} \, dv \, \delta v]} \\ - \frac{(\operatorname{DF} - \operatorname{D}'\operatorname{E}) \, du \, \delta u + (\operatorname{DG} - \operatorname{D}'\operatorname{F}) \, du \, \delta v + (\operatorname{D}'\operatorname{F} - \operatorname{D}''\operatorname{E}) \, dv \, \delta u + (\operatorname{D}'\operatorname{G} - \operatorname{D}''\operatorname{F}) \, dv \, \delta v}{(\operatorname{EG} - \operatorname{F}^2) \, (du \, \delta v - dv \, \delta u)} = \frac{\operatorname{I}}{\operatorname{R}}$$

ou

(3)
$$\frac{1}{R} = -\frac{D du \delta u + D'(du \delta v + dv \delta u) + D'' dv \delta v}{E du \delta u + F(du \delta v + dv \delta u) + G dv \delta v},$$

équation qui représente la relation qui lie les directions cyclifiablement conjuguées. Les directions cyclifiablement conjuguées déterminent un réseau. En un point, l'une des directions est la tangente au cercle caractéristique de la surface enveloppée par un système de sphères de rayon R tangentes à la surface le long de l'autre courbe.

3. Si les directions d, δ se confondent, on obtient les courbes

$$\frac{1}{R} = -\frac{D du^2 + 2 D' du dv + D'' dv^2}{E du^2 + 2 F du dv + G dv^2}$$

de courbure normale constante $\frac{1}{R}$. Pour $R = \infty$, ces courbes sont les lignes asymptotiques. Les deux directions des courbes de courbure normale constante $\frac{1}{R}$ sont harmoniquement conjuguées avec une paire quelconque de airections cyclifiablement conjuguées R.

Les propriétés des courbes de courbure normale constante $\frac{1}{R}$ sont les suivantes: 1° ces courbes sont cyclifiables sur la développable engendrée par un plan normal à la surface contenant leur propre tangente; 2° les cercles de rayon R tangents à ces courbes engendrent une surface canal; 3° les directions de ces courbes sont les tangentes au point double de la courbe d'intersection de la surface avec une sphère de rayon R, tangente à la surface; 4° ces courbes sont symétriques par rapport aux lignes de courbure.

THÉCRIE DES FONCTIONS. — Les dérivées des fonctions multiformes. Note (¹) de M. Th. Varopoulos, présentée par M. Appell.

1. On sait (2) que, si une fonction f(x) entière possède une valeur a exceptionnelle, sa dérivée f'(x) ne peut admettre que la valeur zéro comme valeur exceptionnelle.

Considérons une fonction $\varphi(x)$ multiforme à vbranches: la dérivée $\varphi'(x)$ n'admet pas toujours la valeur zéro comme valeur exceptionnelle; par exemple, la dérivée de la fonction définie par l'équation

$$\varphi^2 + (e^{2x} - e^x - 1)\varphi + e^x = 0.$$

Sur le conseil de M. Montel, j'ai cherché des conditions sous lesquelles la dérivée d'une fonction multiforme admet nécessairement la valeur zéro comme valeur exceptionnelle.

⁽¹⁾ Séance du 22 septembre 1924.

⁽²⁾ M.-G. Polya, Ueber die Nullstellen sukzessiver Derivierten (Mathematische Zeitschrift, Berlin, 1922). — Saxer, Ueber die Picardschen ausnahmewerte sukzessiver Derivierten (Thèse de Doctorat, Zurich, 1923).

2. Une fonction multiforme définie par une équation de la forme

$$f(x, \varphi) \equiv \varphi^{\vee} + \Lambda_1(x)\varphi^{\vee-1} + \ldots + \Lambda_{\vee}(x) = 0$$

peut admettre $\nu - 1$ valeurs φ_i exceptionnelles telles que $f(x, \varphi_i)$ soit une constante et ν valeurs φ_j telles que $f(x, \varphi_j)$ soit un polynome ou de la forme $p(x)e^{Q(x)}$, p(x) étant polynome (4).

On établit facilement la proposition suivante :

Soit une fonction $\varphi(x)$ multiforme définie par l'équation

$$f(x, \varphi) \equiv \varphi^{\vee} + A_1(x)\varphi^{\vee-1} + \ldots + A_{\vee}(x) = 0;$$

si le résultat de l'élimination de φ entre les équations

$$f = 0, \qquad \frac{\partial f}{\partial x} = 0$$

admet la valeur zéro comme valeur exceptionnelle, la dérivée $\varphi'(x)$ sera toujours de la forme $p(x)e^{Q(x)}$, p(x) étant un polynome.

Voici maintenant une proposition qui répond à notre question : Considérons une transcendante algébroïde $\varphi(x)$ définie par l'équation

$$f(x, \varphi) = 0$$
,

s'il y a \vee — 1 relations linéaires à coefficients constants entre les fonctions $A_i(x)$ et si φ admet une valeur exceptionnelle, la dérivée φ' admet la valeur zéro comme valeur exceptionnelle.

Dans le cas y = 1 nous retrouvons, comme cas particulier, une proposition de M. Saxer.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — Sur l'existence des intégrales des équations différentielles. Note de M. N. Saltykow, présentée par M. P. Painlevé.

Il s'agit de donner, dans les lignes suivantes, une nouvelle démonstration de l'existence des intégrales des équations différentielles, en appliquant des considérations analogues à celles dont avait profité M. P. Painlevé dans sa théorie des intégrales définies (2).

⁽¹⁾ REMOUNDOS, Sur les zéros d'une classe des fonctions transcendantes (Thèse de Doctorat, Paris, 1906, et Annales de la Faculté des Sciences de Toulouse, 2° série, t. 8, 1906).

⁽²⁾ G. HUMBERT, Cours d'Analyse, t. 1, Paris, 1903, p. 262.

Considérons, pour fixer les idées, deux équations simultanées

(1)
$$y' = f(x, y, z), \quad z' = \varphi(x, y, z),$$

f et φ étant deux fonctions continues lorsque la variable indépendante x varie de x_0 à $x_0 + a$ et que y et z varient respectivement entre les limites

$$(y_0 - b, y_0 + b), (z_0 - c, z_0 + c), a > 0, b > 0, c > 0.$$

Soit M la limite supérieure de |f(x,y)| et de $|\varphi(x,y)|$ dans le domaine considéré, et soit h le plus petit des trois nombres $a, \frac{b}{M}, \frac{c}{M}$. Supposons que x appartienne à l'intervalle $(x_0, x_0 + h)$. Intercalons entre x_0 et x un nombre quelconque des valeurs intermédiaires, $x_1, x_2, \ldots, x_{n-1}$, allant en croissant de x_0 à x, et faisons pour chacune des variables fonctionnelles, y et z, une figure analogue à celle de M. E. Goursat (¹). Désignons respectivement par m_k et n_k les valeurs minima des fonctions f(x, y, z) et $\varphi(x, y, z)$ pour les $(k+1)^{\text{lèmes}}$ régions trapézoïdales correspondant à l'intervalle (x_k, x_{k+1}) .

On démontre alors aisément, en posant $x_n = x$, que les expressions

(2)
$$y_n = y_0 + \sum_{k=0}^{n-1} m_k (x_{k+1} - x_k), \quad z_n = z_0 + \sum_{k=0}^{n-1} n_k (x_{k+1} - x_k)$$

tendent respectivement vers des limites bien déterminées, quand le nombre n des côtés des courbes polygonales correspondantes augmente indéfiniment, suivant une loi quelconque, de manière que tous les intervalles (x_k, x_{k+1}) tendent vers zéro.

En effet, toute nouvelle somme y'_n et z'_n est respectivement supérieure ou au moins égale à la somme correspondante (2). De plus, ces dernières sont inférieures à un nombre fini $M(x-x_0)$. Par conséquent, y_n et z_n , ne décroissant jamais, tendent respectivement vers des limites déterminées.

Il est à noter encore que ce dernier résultat s'obtient indépendamment de la condition classique de Lipschitz. En suivant donc C. Jordan (2), on obtient immédiatement que les limites des expressions (2) définissent un système d'intégrales des équations (1) continues dans l'intervalle ($x_0, x_0 + h$) et prenant respectivement les valeurs y_0 et z_0 , pour $x = x_0$.

Désignons respectivement ξ_k , η_k , ζ_k et $\bar{\xi}_k$, $\bar{\eta}_k$, $\bar{\zeta}_k$ les valeurs des variables x,

⁽¹⁾ Cours d'Analyse, t. 2, 3e édition, 1918, p. 384.

⁽²⁾ Cours d'Analyse, t. 3, 2º édition, Paris, 1896, p. 92.

y, z, vérifiant les conditions

$$m_k \equiv f(\xi_k, \, \tau_{ik}, \, \zeta_k), \qquad n_k \equiv \phi(\overline{\xi}_k, \, \overline{\tau}_k, \, \overline{\zeta}_k).$$

On démontre aisément que les intégrales requises du système (1) admettent la forme généralisée représentée respectivement par les limites des expressions suivantes, en posant $x_n = x$,

$$y''_{n} = y_{0} + \sum_{k=0}^{n-1} f(\xi'_{k}, \eta_{k}, \zeta_{k}) (x_{k+1} - x_{k}),$$

$$z''_{n} = z_{0} + \sum_{k=0}^{n-1} f(\overline{\xi}'_{k}, \overline{\eta}_{k}, \overline{\zeta}_{k}) (x_{k-1} - x_{k}),$$

 ξ'_k et $\bar{\xi}'_k$ désignant les abscisses des points arbitraires quelconques de l'intervalle (x_k, x_{k+1}) .

La définition dernièrement donnée des intégrales du système (1) permet de les représenter sous une nouvelle forme, moyennant des quadratures partielles, comme limites des sommes suivantes:

$$Y_{n} = y_{0} + \sum_{k=0}^{n-1} \int_{x_{k}}^{x_{k+1}} f(x, \eta_{k}, \zeta_{k}) dx,$$

$$Z_{n} = z_{0} + \sum_{k=0}^{n-1} \int_{x_{k}}^{x_{k+1}} \varphi(x, \overline{\eta}_{k}, \overline{\zeta}_{k}) dx.$$

Les mêmes considérations s'étendent immédiatement aux équations aux dérivées partielles et aux équations aux différentielles totales.

HYDRAULIQUE. — Sur l'emploi du disque de Recknagel comme indicateur de vitesse et de direction. Note de M. A. Foch, présentée par M. Rateau.

I. On sait que pour mesurer la vitesse d'un courant fluide, Recknagel a proposé l'emploi d'un disque circulaire immergé normalement au courant. Sous sa forme habituelle, l'appareil est constitué par une boîte cylindrique plate de 20^{mm} à 40^{mm} de diamètre. Chacun des fonds est percé d'un petit trou au centre. Une cloison parallèle aux bases sépare l'intérieur en deux parties reliées chacune à un manomètre. Le disque étant normal au courant, la différence des charges H — H' mesurées en hauteur de fluide sur la face amont (pression dynamique) et sur la face aval (dans la zone de disconti-

nuité) est liée à la vitesse V du fluide par la relation

$$H - H' = k \frac{V^2}{2g}.$$

Le coefficient k est une constante numérique dont les valeurs, données par les divers auteurs, varient entre 1,34 et 1,37; il est probable que les différences tiennent aux variations du rapport de la hauteur de la boîte à son diamètre. J'ai essayé d'en déterminer la valeur et j'ai trouvé sur deux disques de 8mm de hauteur et de diamètres respectifs 15mm et 28mm, immergés dans un courant d'eau dont la vitesse a varié de 0,60 à 3,50 m: s, la valeur constante

$$k=1,35$$
 [$\pm 0,025$] (1).

Il cût été intéressant de pousser les mesures jusqu'aux vitesses de 8 à 10 m:s; l'installation dont je disposais ne le permettait pas. Il est cependant probable que la valeur de k doit se maintenir au voisinage de celle adoptée ici; on sait en effet que le coefficient de résistance des disques immergés normalement dans un courant fluide est rigoureusement constant lorsque le nombre de Reynolds varie entre 3000 et 1000000.

Dans les expériences rapportées ici, R a atteint 90 000.

II. Tournons le disque autour d'un de ses diamètres de façon à changer l'angle α de la vitesse du fluide avec la normale aux bases du disque; la dénivellation h entre les manomètres reliés respectivement aux faces amont et aval varie avec α suivant une loi qui dépend légèrement du rapport de la hauteur du disque à son diamètre et de la vitesse du fluide.

Toutefois, les courbes représentables se ressemblent énormément. Voici, à titre d'indication, les nombres relatifs à un disque de 15^{mm}, immergé dans un courant d'eau de vitesse 2,43 m: sec (mesurée avec un tube de Pitot, forme de Prandtl) (2):

	, , ,		h	
α.		5	$\overline{\mathrm{V}^2:2g}$	
0			 1,35	
10			 1,345	
			 1,32	
30		1	 1,215	
40			 1,07.	
50			 0,905	
60			 0,795	
			 0,70	
			 0,46	
			 0	

⁽¹⁾ Une partie des expériences a été faite en collaboration avec M. R. Vene.

⁽²⁾ Ergebnisse der Versuchsanstalt von Göttingen, II, p. 29.

De là résulte que:

a. Si le disque est immergé paratlèlement à la vitesse du fluide ($\alpha = 90^{\circ}$), la hauteur h correspond assez exactement à la pression statique. Ce point sera l'objet de vérifications ultérieures.

b. Une variation même très faible de l'angle de la vitesse et du plan à partir de $\alpha = 90$ entraîne une dénivellation considérable entre les manomètres (de l'ordre de 0,05 V²:2g par degré de variation). La direction de

la vitesse peut donc être connue avec une très grande précision.

III. Il arrive fréquemment, lorsqu'on veut déterminer la grandeur et la direction de la vitesse d'un fluide, que l'on connaisse *a priori* un plan contenant la vitesse; ainsi, dans les turbines hélicoïdales, la vitesse en un point à la sortie du rotor est contenue dans le plan parallèle à l'axe et

perpendiculaire au rayon (1).

Or, si l'on supporte un disque de Recknagel par une tige enfoncée radialement à l'entrée du tube d'aspiration, il suffira de faire tourner l'appareil autour de l'axe de la tige pour déterminer, au moyen du passage par la dénivellation nulle, l'instant où le disque est normal au plan défini par la vitesse de l'eau au centre du disque et le rayon passant par ce centre. Une rotation de 90° autour du rayon amène ensuite le disque à être normal à la vitesse; la dénivellation observée alors est égale à 1,35 $\frac{V^2}{2g}$. Les phénomènes étant de révolution, il suffit de déplacer le disque suivant le rayon pour explorer très rapidement les diverses zones du col. On peut déterminer ainsi le débit, l'énergie cinétique de l'eau quittant la turbine, constater dans quelle mesure l'écoulement du fluide s'écarte de l'écoulement axial, qui a servi de base au calcul du rotor, etc. L'appareil de Recknagel paraît donc susceptible d'un certain nombre d'applications intéressantes.

⁽¹) On sait que les rotors de ces turbines sont calculés en partant de l'hypothèse que pour le débit normal les vitesses absolues de l'eau à la sortie sont parallèles à l'axe. Pour tous les autres débits, la vitesse doit avoir une composante tangentielle dont la méthode proposée ici permet d'évaluer l'importance.

ÉLECTRICITÉ. — Décomposition de l'énergie d'un système triphasé ou une énergie constante à une énergie pulsatoire. Note (1) de M. L. G. Stokvis, transmise par M. André Blondel.

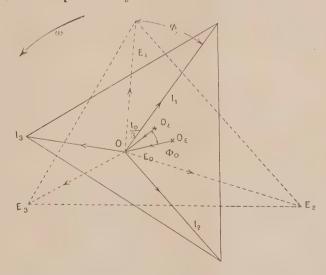
Soient E_1 , E_2 , E_3 un système de trois vecteurs d'égale grandeur, représentant des tensions et décalés de $\frac{2\pi}{3}$ dans le sens de la rotation des aiguilles d'une montre, sens défini comme positif.

Soient I_1 , I_2 , I_3 un système de trois autres vecteurs d'égale grandeur, représentant des intensités, et soit Φ le décalage de I_4 , par rapport à E_4 .

Soit ω la vitesse angulaire des vecteurs. Attribuons au système des tensions un système de courants décalés dans le sens positif; alors l'énergie constante dans le temps W_c fournie par ce système est $3 \, \mathrm{E}_4 \, \mathrm{I}_4 \, \cos \Phi$ et l'énergie pulsatoire $W_p = o$.

Attribuons au système des tensions un système des courants décalés dans le sens négatif; alors l'énergie W_c devient zéro et l'énergie pulsatoire présente un maximum $W_p = 3E_4 I_4 \cos(2\omega t - \Phi)$.

L'énergie fournie par un système de tensions et de courants choisis



arbitrairement d'une transmission triphasée peut se ramener à la superposition de ces deux cas.

La figure ci-dessus représente ce cas général.

⁽¹⁾ Séance du 21 juillet 1924.

On sait déjà (¹) que le courant de terre I_0 est représenté par trois fois la distance du centre de gravité (O_i) du triangle (I_1, I_2, I_3) à O, donc $I_0 = 3 (\overline{O_i - O}) = 3 I_0'$; et que la f. e. m. (E_0) qui fait circuler ce courant peut être obtenue comme la distance du centre de gravité (O_e) du triangle (E_1, E_2, E_3) à O; donc $E_0 = (\overline{O_e - O})$.

Par la même Note, nous avons démontré que le système des tensions pouvait s'écrire :

$$E_1 = E_{s_1} + E_{i_1} + E_0, \qquad I_1 = I_{s_1} + I_{i_1} + I'_0 = I_{s_1} + I_{i_1} + \frac{I_0}{3}$$

et d'une façon analogue pour les autres vecteurs (²). Il est à retenir que les vecteurs E_{s+} , E_{s2} , E_{s3} , ainsi que les vecteurs I_{s+} , I_{s2} , I_{s3} , sont décalés de $\frac{2\pi}{3}$ dans le sens positif, tandis que les vecteurs E_{i+} , E_{i2} , E_{i3} , et I_{i+} , I_{i2} , I_{i3} sont décalés dans le sens négatif. Les vecteurs I_0 et E_0 restent les mêmes pour les différentes phases.

En calculant l'énergie fournie, nous trouvons :

$$\Sigma EI = \Sigma E_s I_s + \Sigma E_s I_i + \Sigma E_s \frac{I_0}{3} + \Sigma E_i I_s + \Sigma E_i I_i + \Sigma E_i \frac{I_0}{3} + \Sigma E_0 I_s + \Sigma E_0. I_s + \Sigma E_0. \frac{I_0}{3}.$$

Le premier et le cinquième terme de l'équation représentent l'énergie constante du système, car les vecteurs sont numérotés dans le même sens, donc :

$$\Sigma W_c = \Sigma E_s I_s + \Sigma E_i I_i = 3 E_s I_s \cos \varphi_s + 3 E_i I_i \cos \varphi_i$$
.

Le deuxième et le quatrième terme fournissent l'énergie pulsatoire, car leurs systèmes sont numérotés en sens inverse, donc :

$$\Sigma W_p = \Sigma E_s I_t + \Sigma E_t I_s = 3 \mid E_s I_t \cos(2\omega t - \varphi_{si}) + E_t I_s \cos(2\omega t - \varphi_{is}) \mid$$

Il est à remarquer que W_p peut devenir zéro sans que E_i et I_i deviennent nuls. Un système déséquilibré peut donc transmettre de l'énergie constante. L'énergie pulsatoire ne peut donc pas servir de mesure au déséquilibrage.

A l'exception de Σ , $E_0 \frac{I_0}{3}$ représentent l'énergie pulsatoire (W_0) passant par le fil de terre, les autres termes deviennent zéro. Cette énergie s'exprime

⁽¹⁾ Voir notre Note des Comptes rendus, t. 178, 1924, p. 1074.

⁽²⁾ Voir, sur la décomposition de ces systèmes, Comptes rendus, t. 159, 1914, p. 46, et t. 174, 1922, p. 1418-1420.

comme suit:

$$\mathbf{W}_0 = \mathbf{I}_0 \, \mathbf{E}_0 \, \big\{ \cos \mathbf{\Phi}_0 + \cos \left(2 \, \omega \, t - \mathbf{\Phi}_0 \right) \big\}.$$

Par ce qui précède, il devient donc facile de déterminer graphiquement sans aucun calcul la partie constante de l'énergie d'un système triphasé et la partie pulsatoire. Nous n'avons qu'à décomposer ce système en composantes synchrones et inverses. La projection de la composante synchrone de la tension sur la composante synchrone du courant donne une partie de l'énergie constante. La projection de la composante inverse de la tension sur la composante inverse du courant donne l'autre. Additionnons la projection de la composante synchrone de la tension sur la composante inverse du courant et vice versa et nous obtenons l'énergie pulsatoire, en tenant compte de l'énergie W₀.

ÉLECTRICITÉ — De la propagation des ondes électriques le long des lignes en fer parfaitement isolées, en tenant compte de l'effet pelliculaire. Note (') de M. André Léauté, transmise par M. André Blondel.

Considérons un fil droit et circulaire, de rayon a; soient v et i le potentiel et l'intensité dans une section droite, dont la distance à l'origine est x; nous désignons le temps par t. Si le conducteur est en cuivre, la théorie classique consiste à écrire deux équations aux dérivés partielles :

$$\frac{\partial v}{\partial x} = ri + l \frac{\partial \iota}{\partial t},$$

$$\frac{\partial i}{\partial x} = C \frac{\partial v}{\partial t},$$

dans lesquelles r, l, C sont la résistance en courant continu, la self-induction et la capacité par unité de longueur. Quelle est l'équation qui, dans notre cas, généralise l'équation (1)? Entre deux sections droites x et x+dx (qu'on assimile à des surfaces équipotentielles), on décompose le conducteur en une infinité de filets de courant : δ sera la densité de courant dans l'un d'eux situé à la distance z de l'axe, F le potentiel vecteur en son centre, ρ la résistivité en courant continu et μ la perméabilité magnétique. Les lois de l'électricité s'expriment par les équations connues :

(3)
$$\frac{\partial v}{\partial x} = \rho \delta + \frac{\partial F}{\partial t}, \qquad \frac{\partial^2 \delta}{\partial z^2} + \frac{\tau}{z} \frac{\partial \delta}{\partial z} = \gamma \frac{\partial \delta}{\partial t} \qquad \left(\gamma = \frac{4\pi\mu}{\rho}\right).$$

⁽¹⁾ Séance du 22 septembre 1924.

La série

$$\delta = \sum_{\substack{1,2,\dots,m \\ 2}} B_m \left[e^{mt} + \frac{\gamma z^2}{(2)^2} m e^{mt} + \frac{\gamma^2 z^4}{(2 \cdot 4)^2} m^2 e^{mt} + \dots \right]$$

est une solution. Si δ_0 est la valeur de δ sur l'axe et si l'on désigne par $\delta_0^{(1)}, \delta_0^{(2)}, \dots$ les dérivées de δ_0 par rapport au temps, l'intensité i s'écrit

$$i = \frac{\pi}{\gamma} \left[a^2 \gamma \, \hat{o}_0 + \frac{1}{2} \, \frac{a^4 \gamma^2}{(2)^2} \hat{o}_{\theta}^{(1)} + \frac{1}{3} \, \frac{a^6 \gamma^3}{(2.4)^2} \hat{o}_{\theta}^{(2)} + \ldots \right].$$

De même $\frac{\partial v}{\partial x}$, $\frac{\partial i}{\partial t}$, $\frac{\partial^2 i}{\partial t^2}$, ... prennent la forme de développements où les dérivées successives de δ_0 par rapport à t entrent linéairement. Le résultat de l'élimination de δ_0 et de ses dérivées par rapport à t entre cette infinité d'équations linéaires est fourni par le développement connu de Maxwell, à supposer qu'il soit uniformément convergent :

L'équation (4) généralise l'équation (1).

Limitons ce développement au premier terme complémentaire; admettons que l'équation (2) reste valable et examinons quelle modification on apporte dans la théorie de la propagation des surtensions ou des surintensités, en remplaçant l'équation (1) par la suivante:

$$\frac{\partial v}{\partial x} = ri + l \frac{\partial i}{\partial t} - s v \frac{\partial^2 i}{\partial t^2}.$$

Pour suivre la marche la plus habituelle aux électriciens (†), on se borne au cas où les conditions aux limites et initiales sont telles que les oscillations libres du potentiel v et de l'intensité i puissent être exprimées par des séries de la forme

$$S = \sum_{m} (l_m \sin \alpha_m x + m_m \cos \alpha_m x) e^{\beta_m t},$$

dans lesquelles α_m est réel.

Entre α_m et β_m il existe alors une relation

$$- w C \beta_m^3 + l C \beta_m^2 + r C \beta_m + \alpha_m^2 = 0$$

⁽¹⁾ M. Emile Picard a, pour intégrer l'équation des télégraphistes, indiqué une méthode très directe, qu'il serait avantageux de rendre plus familière en Electrotechnique. (Bulletin de la Société mathématique de France, t. 22, 1894; Comptes Rendus, t. 118, 1894, p. 16).

qui, à toute valeur de α_m , fait correspondre trois valeurs de β_m ; soient : β_{4m} , β_{2m} , β_{3m} . L'une d'elles, la première par exemple, est réelle et positive. La série peut s'écrire

$$egin{aligned} \mathbf{S} &= \sum_{1,2,\dots,m,\dots} e^{eta_{1m}t} (\, a_m \sin lpha_m x + b_m \cos lpha_m x) \ &+ \sum_{1,2,\dots,m,\dots} e^{eta_{2m}t} (\mathbf{A}_m \sin lpha_m x + \mathbf{B}_m \cos lpha_m x) \ &+ \sum_{1,2,\dots,m,\dots} e^{eta_{3m}t} (\mathbf{C}_m \sin lpha_m x + \mathbf{D}_m \cos lpha_m x). \end{aligned}$$

Pour que S ne devienne pas infinie avec le temps, il faut $a_m = b_m = 0$; la première somme disparaît, et la solution est ainsi mise sous la même forme que dans la théorie classique, sans effet pelliculaire.

• Des surtensions ou des surintensités oscillatoires peuvent se produire quand β_{2m} et β_{3m} sont imaginaires.

Pour qu'il en soit ainsi, la condition nécessaire et suffisante est

$$\frac{l^2 \, r^2}{m^2} \left(-1 + 4 \, \frac{l \, \alpha_n^2}{C \, r^2} \right) + 4 \, \frac{r^3}{\omega} \left(-1 + 9 \, \frac{l \, \alpha_m^2}{C \, r^2} \right) + 27 \, \frac{\alpha_m^4}{C^2} > 0,$$

laquelle se ramène sensiblement, quand w est assez petit, à

$$4 \frac{l \alpha_m^2}{Cr^2} > 1.$$

L'amortissement, c'est-à-dire la demi-somme de β_{2m} et β_{3m} , se calcule sans difficulté; quand w est assez petit, cet amortissement est sensiblement égal à

$$-\frac{r}{2l}\left\{1+\frac{r\alpha}{l^2}\left[-1+\gamma\frac{l\alpha_m^2}{\operatorname{G}r^2}\right]\right\}.$$

Dans les conditions qui ont été précisées ci-dessus, on peut donc énoncer ces conclusions :

το L'effet pelliculaire donne aux divers harmoniques un amortissement différent, alors que cet amortissement serait le même pour eux tous si l'effet pelliculaire était nul;

2º Quand l'effet pelliculaire est assez petit, l'amortissement de tous les termes est accru par l'effet pelliculaire;

3° L'augmentation de l'amortissement devient plus marquée à mesure que l'harmonique est d'un rang plus élevé.

Quelques-uns de ces résultats avaient été entrevus par R.-W. Wagner,

sans que cet auteur en ait toutefois pu, à notre connaissance, donner aucune démonstration valable. Ils confirment que les lignes en fer offrent de l'intérêt au point de vue de la protection contre les ondes à front abrupt.

CHIMIE ORGANIQUE. — Contribution à l'étude de la condensation des éthers acétylacétiques avec les éthers maloniques. Note (1) de MM. H. GAULT et H. KLEES, transmise par M. A. Haller.

Nous exposons dans cette étude les premiers résultats que nous avons obtenus en condensant les éthers acétylacétiques halogénés avec les éthers maloniques et cyanacétiques sodés, et inversement les éthers maloniques halogénés avec les éthers acétylacétiques sodés.

La condensation de l'éther acétylacétique a chloré avec l'éther cyanacétique sodé fournit, comme Chassagne l'a montré, le composé

$$CH^{3} - CO - CH - CO O C^{2}H^{5}$$

 $NC - CH - CO O C^{2}H^{5}$

Cet éther, dont nous avons vérifié la constitution par saponification chlorhydrique et transformation en acide lévulique, ne se forme en réalité qu'avec un rendement de 15 pour 100. On obtient simultanément une huile (65 pour 100) dont nous avons entrepris l'étude.

Dans le but de réaliser une condensation analogue, nous avons fait réagir l'éther malonique sodé sur l'éther acétylacétique a chloré. A froid, il ne se produit presque aucune réaction; en chauffant au bain-marie pendant plusieurs heures, on observe, au contraire, une réaction partielle qui donne exclusivement de l'éther acétique et de l'éther éthanetricarbonique. L'éther acétique ne peut se former dans cette réaction que par alcoolyse. On peut se demander si cette alcoolyse est due à l'action directe du malonate d'éthyle sodé agissant comme l'éthylate de sodium, ou si, en présence d'un grand excès d'alcool et à une température convenable, il ne se produirait pas une sorte d'équilibre, maintenant en solution de petites quantités d'éthylate de sodium qui détermineraient l'alcoolyse normale. Nous avons vérifié d'ailleurs que cette alcoolyse se produit dans le cas d'autres éthers que l'éther malonique, par exemple dans le cas de l'éther acétylacétique sodé.

Si l'on remplace dans ces condensations l'éther acétylacétique chloré par

⁽¹⁾ Séance du 15 septembre 1924.

le dérivé bromé, la réaction est différente. En opérant à froid, la réaction est terminée en 40 minutes et l'on recueille le *poids théorique* de bromure de sodium.

L'huile brute, obtenue avec un rendement de 80 pour 100, laisse déposer de l'éther éthane tétracarbonique en proportion variable (1 à 3 pour 100). Par distillation fractionnée dans le vide, on récupère 53 pour 100 a'éther malonique. Le résidu distille mal et donne lieu à une forte décomposition.

Nous avons pu isoler, au cours d'une de ces condensations, un produit cristallisé fondant à 123°, que l'examen analytique nous porte à considérer comme un éther diacéthylfumarique.

La réaction inverse, c'est-à-dire la condensation de l'éther acétylacétique sodé avec l'éther malonique monobromé pur en milieu alcoolique, à froid, fournit un mélange d'éther malonique (3 pour 100), d'éther éthanetétracarbonique et d'un produit liquide (E_{10} 224°-230°) résultant de la condensation de deux molécules d'éther acétylacétique avec une molécule d'éther malonique.

Cette étude a été étendue aux éthers alcoylmaloniques et aux éthers alcoylacétylacétiques. Dans tous les cas, les réactions de condensation sont anormales et donnent naissance à des quantités variables des éthers maloniques primitifs ou à de l'éther éthane tétracarbonique.

Nous poursuivons l'étude de ces diverses réactions.

GÉOLOGIE. — Sur la constitution géologique des îles Phourni (entre Nikaria et Samos). Note (1) de M. G.-C. GEORGALAS.

Les études de Philippson (2) ont montré l'intérêt de la constitution géologique des îles Nikaria et Phourni, situées entre le massif cristallin des Cyclades et celui de Carie et Lydie (Asie Mineure), parce que sa connaissance permettra d'établir l'une ou l'autre des conclusions suivantes: (a) une liaison entre le massif des Cyclades et celui de Carie et Lydie, par l'entremise des îles Nikari et Phourni — liaison observée d'ailleurs superficiellement — existe-t-elle, s'il en est ainsi, la continuité des plis égéennes orientaux (3), vers le sud de Nikaria, ou vers la zone des sédiments

⁽¹⁾ Séance du 18 août 1924.

⁽²⁾ Zusammenhang der griech. und Kleinasiat. Faltengebirge (Peterm. Mit., 1914, 60. Jahrg., p. 72).

⁽³⁾ PHILIPPSON, loc. cit.

paléozoïques d'Amorgo, etc., qui bordent le massif cristallin des Cyclades, ou encore vers les sédiments des Sporades situées au sud de Nikaria-Samos jusqu'à l'île de Kôs, n'existe pas. (b) Nikaria est-elle une masse cristalline, comme un noyau, au milieu d'une bande de sédiments?

Entre les îles de Nikaria et de Samos, à une latitude de 37°30′-37°40′ nord et à une longitude de 26°25′ de Greenwich, se trouve un groupe de douze îles ou îlots appelés *Phourni*, les plus grandes sont : Phourni, Themina et Hag. Minás. La plus grande de ces îles à une direction NS et une longueur de 7,5 milles du nord au sud, et se compose de deux parties étroites et irrégulières, réunies par un isthme étroit. Le point culminant, nommé « Phanos » (483th) se trouve dans la partie nord-est. Entre l'île de Themina — située au sud-ouest de l'île Phourni — et l'île Phourni se remarque un îlot étroit et oblong, appelé Diapori. L'île Hag. Minás, inhabitée, se trouve du côté nord-est de l'île Phourni. Le canal de Nikaria sépare le groupe de l'île Nikaria et un chenal profond de l'île de Samos.

Les roches, qui constituent les îles (Phourni, Themina, Diapori, H. Minás), sont cristallophylliennes, ce sont surtout des micaschistes et des marbres (avec des cipolins), en alternances très régulières et très répétées. Des micaschistes à chloritoïde et des phyllites viennent ensuite, tandis qu'il n'a été observé ni gneiss ni granite.

Le plissement a été très intense. La direction dominante est NW-WNW. On reconnaît çà et là des anticlinaux et des synclinaux. Plusieurs dislocations compliquent la constitution géologique.

Un filon (d'une épaisseur variable d'environ o^m, 2) d'une roche filonnienne éruptive traverse les roches cristallophylliennes (micaschistes) au nord-ouest du petit quartier Chrissomiliá. Il est visible du niveau de la mer jusqu'à une hauteur de 100^m vers les pentes sud-ouest du monticule Phanos.

Etude microscopique. — 1. Micaschistes (nord-ouest de Chrissomiliá). — On voit au microscope dans cette roche plissée: des agrégats de grains de quartz à extinction onduleuse), des lames de muscovite, de chlorite verte fortement polychroïque, de rares grains d'apatite incolore, de l'épidote abondante faiblement polychroïque, de fines aiguilles de rutile et de grains noirs de minerais de fer, avec en quelques endroits un peu de calcite.

2. Micaschistes à chloritoide (au-dessus de Chrissomilia et au pied sud du sommet Phanos). — Roches fortement schisteuses, avec de grandes

taches noires et d'abondantes et larges lames de chloritoïde. On voit au microscope : du quartz, de la muscovite et du chloritoïde fortement polychroïque (incolore allant jusqu'à la couleur bleue avec macles polysynthétiques et inclusions d'aiguilles de rutile). Des inclusions abondantes de rutile se présentent aussi dans le quartz et dans la muscovité.

3. Phyllites (nord-ouest du petit isthme de l'île). — Roches finement feuilletées, luisantes, qui se composent de muscovite, de quartz, d'aiguilles de rutile, de grains noirs de graphitoïde, de petits prismes isolés de tourmaline bleue et de disthène (?) incolore.

4. La roche en filon appartient à la famille de la syénite, c'est probablement une vogésite d'une couleur vert noirâtre. On voit à l'œil nu de petites paillettes de mica. Elle donne une effervescence forte avec les acides (HCl). Au microscope, la roche se montre formée d'une pâte, contenant des cristaux porphyritiques, très décomposés et altérés en calcite, chlorite et séricite. Du quartz secondaire se présente seulement çà et là, et des cristaux porphyritiques de feldspath sont clairsemés. Il y avait aussi à l'origine des cristaux porphyriques, des minéraux colorés (probablement pyroxène). La pâte est imprégnée de calcite, de chlorite et d'un peu de séricite. Elle se compose de petits grains de feldspath incolore, dont la détermination est impossible (orthose?), de mica incolore avec des paillettes plus grandes d'un mica, qui montre une couleur verte faible à cause d'une altération commençante en chlorite. Il y a aussi de petites aiguilles d'hornblende d'une couleur brun clair, de petits cristaux d'apatite, de petits grains de magnétite, des grains noirs d'un minerai de fer, des cubes de pyrite, altérée en limonite (1).

De tout cela, il faut conclure que: 1º les îles Phourni se composent de couches du système métamorphique de micaschistes et marbres (²) et que ces îles, en relation avec la même série de l'île Samos et de Samsun-Dag des côtes occidentales de l'Asie Mineure, constituent une partie de la zone bordière [« Rand-zone de Philippson »] du massif cristallin de Carie et

⁽¹⁾ A mon passage à Nikaria qui serait constituée, d'après Philippson, de granite et de gneiss, j'ai constaté que des *marbres* participent en grande partie à la constitution de l'île. J'ai recueilli à l'ouest d'Hag. Kirikos un gneiss à deux micas et à tourmaline.

⁽²⁾ Voir C. Kténas, Les plissements d'âge primaire dans la région centrale de la mer Égée (Résumés des communic. annonc. : Congrès géolog. internat., XIIIe Session, Belgique, 1922, p. 38-39).

Lydie ('), zone caractérisée par les couches épaisses de marbre ('); 2° l'île Nikariá, constituée plutôt par des roches du plus ancien système métamorphique [roches cristallophylliennes à gneiss et marbre (2)], paraît appartenir au noyau intérieur du massif cristallin de Carie et Lydie, qui, selon Philippson ('), est constitué seulement de roches cristallophylliennes (gneiss, gneiss à deux micas, etc.) et de granites. La recherche géologique plus détaillée de l'île Nikariá nous donnera la solution de la question des relations de ces deux massifs cristallins.

BOTANIQUE. — Observations sur la montée à graine des betteraves la première année. Note de M. Munerati, présentée par M. Molliard.

Lorsque le phénomène de la montée à graine des betteraves la première année prend la forme d'une quasi-calamité (comme par exemple l'an dernier en beaucoup de régions de l'Europe centrale), la question revient invariablement sur le tapis, on en discute les causes possibles et l'on cherche à en interpréter le mécanisme par des théories et des hypothèses diverses.

L'étude approfondie du problème montre que le phénomène est, et doit être, beaucoup plus complexe qu'il n'a paru et qu'il ne paraît encore, et que

de nouvelles et vastes recherches s'imposent aux investigateurs.

Encore aujourd'hui, certains affirment que la montée à graine doit être rangée parmi les nombreux faits dits de retour atavique, parce que la betterave serait à l'état sauvage une plante annuelle, tandis que la bisannualité serait une conséquence de la sélection. Mais l'observation démontre que, même à l'état sauvage, la betterave peut se comporter comme une plante bisannuelle. Faut-il rappeler que Flahault déclarait en 1890 la Beta maritima L. nettement bisannuelle, que Schindler émettait la même opinion en 1891 (Bot. Centralblatt, nos 14-15, p. 10), et que Jacques Lévêque de Vilmorin, dans sa récente et riche monographie (Hérédité chez la Betterave, 1923), cite en beaucoup d'endroits le fait que la betterave sauvage se présente parfois comme annuelle et parfois bisannuelle?

Après des études prolongées sur les types cultivés et le type sauvage, nous avons cru, dès 1917, pouvoir classer la betterave parmi les races que

⁽¹⁾ Voir aussi A. Philippson, Reisen und Forschungen im westl. Kleinasien (5. Heft, 1915, p. 27-28).

⁽²⁾ C. KTÉNAS, loc. cit.

de Vries (¹) appelle races infixables annuelles et bisannuelles, infixables en ce sens qu'aucun procédé de sélection ne peut fixer d'une manière stable le caractère de la bisannualité ou celui de l'annualité. Entrent en jeu seulement de simples formes d'équilibre, quelquefois plus nettement orientées vers l'annualité (type sauvage), quelquefois presque totalement vers la bisannualité (types cultivés), équilibres qu'il est très facile en pratique de déplacer dans lé sens opposé, et même alternativement. Donc, si la betterave cultivée est, elle aussi, facultativement annuelle ou bisannuelle, selon les conditions du milieu (nature et fertilité du sol, semis dense ou clair), selon l'énergie germinative de la graine, la marche de la saison, on ne peut pas soutenir rigoureusement la thèse d'après laquelle la montée à graine de la betterave la première année serait un fait de retour atavique.

On admet généralement (ce qui est d'ailleurs incontestable) qu'un arrêt de la végétation détermine d'une manière plus ou moins sensible la tendance de la betterave à monter à graine. Et en effet, dans les conditions ordinaires de la pratique, le nombre de plantes annuelles est d'autant plus grand que le semis est plus hâtif, et inversement. Mais il faut noter aussi à ce propos que, lorsque l'équilibre du type est orienté vers l'annualité, on peut également enregistrer de hauts pourcentages de sujets en fleurs, même avec des semis tardifs (en juin et juillet), en des périodes dans lesquelles les arrêts de végétation ne sont pas possibles. Un arrêt dans le développement n'est donc pas une condition rigoureusement nécessaire pour déterminer le

phénomène.

Enfin, on a maintes fois parlé d'une tendance particulière à monter qui serait le propre des lots de quelques maisons plutôt que d'autres. Mais il faut considérer que, si en réalité dans certaines années les cultures provenant de la graine d'un certain producteur présentent un nombre manifestement plus considérable de plantes annuelles, cela dépend de circonstances purement accidentelles ou occasionnelles et il n'y a rien d'étonnant à ce que dans une autre année les faits se présentent dans un ordre inverse.

Quoi qu'il en soit, et pour montrer que l'expérimentateur peut se trouver quotidiennement en face de faits nouveaux et imprévus, nous rapporterons

ici une observation faite par nous au printemps dernier.

Dans une culture en serre organisée pour étudier l'influence d'un intense éclairage nocturne (du coucher du soleil à l'aube, sans interruption) au moyen de lampes Nitra (1200 bougies par mètre carré), à une température

^{. (1)} Mutations Theorie, I, p. 616-626.

oscillant entre 18° et 36°, nous avons constaté que, un mois environ après l'ensemencement, un certain nombre d'individus ayant 8 ou 10 feuilles commençaient à s'allonger et à révéler nettement la tendance à monter à graine. Il s'agissait bien entendu de types communs de betteraves (sucrières, demi-sucrières, fourragères et potagères) à bisannualité contrôlée dans les conditions habituelles de culture. Soixante jours après l'ensemencement, 25 à 30 pour 100 des individus étaient en pleine floraison, et, après 120 jours, on a fait une récolte de glomérules mûrs et parfaits.

Un ensemencement ultérieur, effectué dans la seconde quinzaine de mai avec les mêmes types communs et normaux, nous a conduit aux mêmes constatations, mais nous n'avons toutefois enregistré qu'une moindre proportion (5 à 8 pour 100) d'individus vraiment en fleurs, beaucoup d'autres s'arrêtant dans leur tendance à monter et demeurant stériles. Ce dernier phénomène s'observe souvent, on le sait, dans les cultures ordinaires.

On connaissait déjà de longue date l'influence stimulatrice d'un éclairage nocturne sur les plantes de toute sorte pour hâter leur cycle, mais ce qui est résulté de nos essais sur la betterave est un fait absolument inattendu. Dans des conditions analogues d'éclairage ininterrompu, le chanvre a continué à végéter au delà de six mois sans se différencier, tandis que, dans les conditions normales en plein champ, une culture de contrôle ensemencée avec la même graine s'est présentée dès le troisième mois nettement différenciée et présentant un rapport normal entre les individus mâles et femelles.

On se demande si les organismes, tels que nous les voyons et que nous les concevons, ne sont pas quelque chose de fictif et de labile au plus haut degré et si des changements d'habitat d'une importance négligeable visà-vis de ceux que l'on constate dans les conditions naturelles ne peuvent suffire pour en altérer profondément les propriétés.

PHYSIOLOGIE. — Hypomasculisme endocrinien expérimental chez le Coq domestique. Note (1) de M. Jacques Benoit, présentée par M. Widal.

Une question importante, en endocrinologie, est de savoir s'il existe une relation entre la quantité de l'hormone agissante et la grandeur de l'effet produit. En physiologie génitale, Bouin et Ancel, Steinach ont émis l'opi-

⁽¹⁾ Séance du 16 juillet 1924.

nion qu'il existe une certaine proportionnalité entre la quantité de parenchyme testiculaire endocrinien et le degré de développement des caractères sexuels conditionnés. Pézard n'a pas retrouvé cette proportionnalité chez le Coq, et il énonce, par sa loi du « tout ou rien », que « à partir d'un certain minimum ou seuil au-dessous duquel l'effet est nul, une augmentation minime du tissu génital endocrinien sussit pour faire apparaître les caractères sexuels secondaires et pour en assurer le complet développement » (¹). Aron, dans un récent travail sur les Urodèles, écrit, au contraire : « L'hormone testiculaire des Urodèles exerce sur les caractères secondaires une action dont l'intensité est proportionnelle à la quantité d'hormone agissante » (²).

Quelques expériences de castrations bilatérales, faites chez de jeunes Coqs, me donnent l'occasion de prendre part à la discussion de cette question. Ces castrations furent, volontairement ou non, pratiquées incomplètement. Au bout d'un certain temps, des nodules testiculaires de régénération se développèrent et déterminèrent une croissance conditionnée de la crête, qui s'effectua avec une vitesse variable selon les sujets. Je me bornerai, dans la présente Note, à exposer brièvement les cas de quelques sujets particulièrement démonstratifs.

Deux sujets Leghorn dorés D 89 et D 148 furent castrés assez tardivement, respectivement à 3 mois 12 jours et 4 mois 25 jours. Leur crête régressa pendant quelques mois, puis se remit à croître, grâce à la régénération de nodules testiculaires. Cette croissance de la crête fut d'emblée très rapide, et aboutit en peu de temps à un développement considérable de l'organe érectile : la valeur du rapport de croissance linéaire de la crête $\left(\frac{l}{\sqrt[3]{P}}\right)$, qui renseigne sur le fonctionnement de cet organe (Pézard), passa en 2 mois 20 jours, chez D 89, de 39 à 80, et en 4 mois et demi, chez D 148, de 40 à 102, Ce rapport augmenta donc par mois, de +15,4 chez D 89 et de +13,8 chez D 148.

Deux autres sujets Leghorn D 70 et B 6 furent castrés respectivement à 4 jours et à 26 jours. Des nodules testiculaires se régénérèrent au bout de plusieurs mois et provoquèrent une croissance « conditionnée » de la crête

⁽¹⁾ Pezard, La loi du « tout ou rien » et le gynandromorphisme chez les Oiseaux (Journal de Physiologie et de Pathol. générale, t. 20, 1922, p. 495. Cf. aussi p. 200).

⁽²⁾ Aron, Recherches morphologiques et expérimentales sur le déterminisme des caractères sexuels mâles chez les Urodèles (Arch. de Biol., t. 34, 1924, p. 1).

nettement moins rapide que chez les sujets précédents. En 3 mois 20 jours chez D 70, et en 3 mois chez B 6 d'un développement très lent et d'ailleurs incomplet de la crête, le rapport de croissance linéaire augmenta, par mois, de +5,2 et de +3. La vitesse moyenne de croissance de la crête fut donc, chez D 70 et B 6, 3 fois et 5 fois moins grande que chez D 89 et D 148.

Or les nodules testiculaires trouvés à l'autopsie pesaient, chez D 89 et D 148, 15,7 et 25,3, et seulement of, 255 et of, 034 chez D 70 et B 6.

Sujets.	Age a l'autopsie.	Poids P.	Augmentation, par mois, de $\frac{l}{\sqrt[3]{\overline{P}}}$.	Poids des nodules testiculaires N.	$\frac{\mathbf{N}}{\mathbf{P}}$.
D 89	10 mois 1/2	1190 g.	+15,4 (pendant 2 mois 20 jours)	,79	1/615
D148	10 mois	1550	$+13.8$ (» 4 mois $\frac{1}{2}$)	2,3	1/600
D 70	10 mois 1/2	1750	+ 5,2 (» 3 mois 20 jours)	0,255	1/7000
В 6	1 mois ou 1 mois 1/2	158o •	+ 3 (» · 3 mois)	0,034	1/46500

J'ai observé en outre le cas très intéressant d'un Coq dont la crête resta pendant plusieurs mois à un état de développement intermédiaire. J'ai obtenu ce résultat en diminuant progressivement, grâce à des interventions opératoires successives, la quantité du parenchyme testiculaire : L 27 est castré bilatéralement à cinq mois. Un fragment testiculaire, involontairement épargné, ralentit la régression de la crête, puis détermine à nouveau, au bout de cinq mois, la croissance conditionnée de cet organe. L'ablation du nodule régénéré (0°,165) est suivie d'une deuxième régression, incomplète, de la crête : elle reste pendant six mois consécutifs à un état nettement intermédiaire entre celle d'un témoin normal et celle d'un témoin castré. (Valeur de $\frac{l}{\sqrt[3]{P}}$ chez le normal : de 112 à 125. Chez le castrat : 45.

Chez L 27 : de 60 à 64.) La destruction du nodule responsable (¹) de cet état d'hypomasculisme prolongé provoque enfin une régression complète et définitive de la crête. $\left(\frac{l}{\sqrt[3]{P}}\right)$ diminue régulièrement et se stabilise vers ' $\frac{l}{16}$.

Ces expériences montrent que la crête du Coq peut, sous l'influence endocrine de nodules testiculaires très petits, demeurer à un état de développement intermédiaire entre celui du castrat et celui du sujet adulte normal, ou bien manifester une croissance plus lente que celle qu'elle présenterait sous un conditionnement normal. Elles tendent à prouver qu'une certaine « masse suffisante.» de testicule est nécessaire pour que la crête

⁽¹⁾ La masse de ce nodule, écrasé lors de son extraction, fut appréciée à og, i environ.

puisse acquérir son développement complet, et pour qu'elle l'atteigne dans le minimum de temps. Elles permettent ainsi d'admettre que lorsque la quantité de testicule reste comprise entre la « masse minimum » au-dessous de laquelle l'action endocrine est nulle, et la « masse suffisante » qui permettrait à la crête de se développer complètement, le degré de développement de la crête est en rapport avec la masse du parenchyme testicuculaire (¹).

ENTOMOLOGIE. — Sur le développement de Macrotermes gilvus Hag. comparé à celui de l'Eutermes matangensis Hav. Note (2) de M. Jean Bathellier, présentée par M. E.-L. Bouvier.

Dans une Note antérieure, j'ai exposé le développement des neutres de l'Eutermes matangensis.

J'ai pu étudier depuis la population neutre larvaire et adulte de deux nids d'un Termite arboricole que M. le Professeur Bugnion a obligeamment examiné et reconnu comme Eutermes laborator Haviland. J'ai trouvé que les catégories de larves et d'insectes chitinisés sont ici exactement les mêmes que celles de l'Eutermes matangensis. Les petites larves neutres à 13 articles sont très faciles à classer: il y en a de deux tailles bien distinctes et les deux sortes trouvées chez l'Eutermes matangensis se séparent, dans ce cas, au premier coup d'œil. J'ai donc lieu de penser que le développement de l'Eutermes laborator coïncide tout à fait avec celui de l'Eutermes matangensis.

J'ai étudié de la même façon le développement d'un Termite bien différent, le Macrotermes gilvus Hag. Cet Isoptère présente quatre catégories de neutres adultes : petit soldat, petit ouvrier, grand soldat, grand ouvrier. La dernière forme possède 18 articles antennaires, les autres en ont seulement 17. Si l'on examine la population des larves, on trouve que chacune des formes adultes dérive directement d'une forme absolument semblable, blanche, notablement plus petite. Celles-ci procèdent à leur

⁽¹⁾ La « masse suffisante » qui permet le développement complet de la crête serait de 0⁸,3 environ. La « masse minimum » pour laquelle la crête commence à réagir serait inférieure à 0⁸,034, si l'on s'en tient au cas de B6. L'écart entre ces deux quantités n'est donc pas très considérable.

⁽²⁾ Séance du 22 septembre 1924.

tour de deux catégories de larves plus petites ayant chacune 15 articles antennaires et différant entre elles par la taille.

Quelles sont les formes spécialisées qu'il faut rapporter à chacun de ces deux derniers groupes larvaires? Notons qu'ils sont à peu près équivalents en nombre. J'ai compté plusieurs fois les quantités de larves spécialisées en vue d'établir leur proportion. Si l'on représente par 1 le nombre des larves blanches du petit ouvrier, on trouve environ 0,9 de larves de grand ouvrier au même état, 0,1 de larves de petit soldat et 0,01 de larves de grand soldat.

L'hypothèse qui vient naturellement à l'esprit est la suivante : les larves de petit ouvrier et petit soldat proviennent des petites larves indifférenciées à 15 articles antennaires; les larves de grand ouvrier et grand soldat proviennent des grandes larves indifférenciées à 15 articles antennaires.

Cette hypothèse s'est trouvée vérifiée par les faits suivants :

1° J'ai trouvé une vingtaine de mues à divers états montrant la naissance du petit soldat à partir d'une petite forme ouvrière. Au début de la mue on voit les longues mandibules du petit soldat pliées en zig-zag à l'intérieur des mandibules de la forme ouvrière... Puis la tête de l'insecte sort par l'arrière de l'ancienne chitine et les mandibules se déploient peu à peu. J'ai d'ailleurs rencontré toutes les mues que fait prévoir le schéma de développement exposé ici. Une seule me manque : c'est celle qui montrerait le passage de la grande larve à 15 articles antennaires au grand soldat blanc. Le calcul m'a indiqué que je n'avais pas encore assez ramassé de larves pour espérer la rencontrer.

2º Si l'on colore au carmin chlorhydrique le corps des larves à 15 articles antennaires, puis qu'on observe celles-ci en les plongeant dans un mélange à parties égales d'acide phénique et de chloroforme, on constate que les petites larves à 15 articles antennaires montrent régulièrement des glandes sexuelles rudimentaires. Les grosses larves n'en présentent au contraire que de faibles traces. Or des glandes sexuelles réduites à des cordons peuvent se reconnaître dans les larves de petit soldat et de petit ouvrier traitées de la même manière. Dans celles de grand ouvrier ou de grand soldat, il n'y a que de petits amas de cellules analogues.

Les larves à 15 articles antennaires proviennent toutes de larves à 12 articles qui, elles, sont sorties de l'œuf.

Le développement des sexués est exactement le même que chez l'Eutermes matangensis.

Le développement du Macr. gilvus peut donc se figurer de la façon suivante :

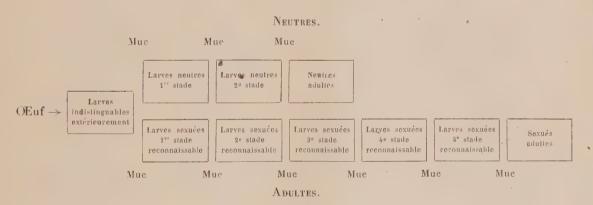
```
OEuf Jeunes à 12 ar-
ticles aux antennes...

CEuf Grandes larves à 15 ar-
Fetit ouvrier blanc 
Petit soldat blanc 
Petit soldat adulte

Grandes larves à 15 ar-
Grand ouvrier blanc 
Grand ouvrier adulte

Grandes larves à 15 ar-
Grand soldat blanc 
Grand soldat adulte
```

Si nous comparons ce schéma à celui donné pour le développement de l'Eutermes matangensis (') nous trouvons qu'il en dissère sur les points suivants; a. Les avant-derniers stades de chaque caste sont ici blanchâtres et non chitinisés, b. Tandis que la forme définitive du soldat de Macrotermes gilvus est réalisée dès l'avant-dernier stade, celle du soldat de l'Eutermes matangensis ne s'établit que dans la dernière mue. C'est une notable différence entre les soldats de Termites à grandes mandibules et les nasuti. c. A partir des larves d'éclosion à 12 articles antennaires il ne semble pas se produire ici autant de sortes de larves qu'il y a de castes. Mais il ne faut pas oublier que les deux catégories que j'ai séparées parmi les larves à 15 articles sont seulement celles que l'on peut distinguer à l'œil.



Il est probable que chacune d'elles se compose en réalité de deux groupes différant de nature mais d'aspect semblable. D'ailleurs les petites larves à 15 articles antennaires sont bien variables en taille et il me semble qu'on

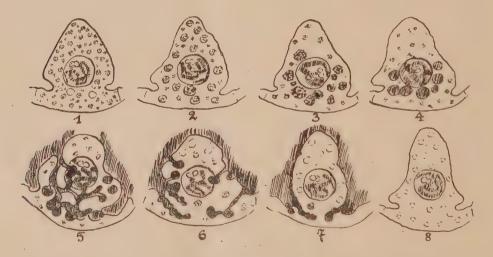
⁽¹⁾ Comptes rendus, t. 179, 1924, p. 483.

y pourrait encore reconnaître deux catégories distinctes. Je possède un certain nombre de faits qui me permettent de penser que, chez Macrotermes gilvus, les larves à l'éclosion ne sont elles-mêmes semblables qu'en apparence.

Le développement de ce dernier Termite est donc superposable à celui de l'Eutermes matangensis. Je suis porté à croire qu'il en est de même pour tous les Isoptères et que le schéma général du développement de ces insectes est celui représenté au bas de la page 611.

CYTOLOGIE. — Observation vitale d'une cellule glandulaire; en activité. Nature et rôle de l'appareil réticulaire interne de Golgi et de l'appareil de Holmgren. Note (¹) de MM. Parat et J. Painlevé, transmise par M. Henneguy.

L'étude du vacuome dans les glandes salivaires larvaires du Chironome, et de son évolution au cours du fonctionnement glandulaire est remarquablement facilitée par la coloration vitale au rouge neutre. Il suffit de faire vivre les larves dans une solution de ce colorant et d'extirper les glandes



à des moments variés ou de choisir des individus dépigmentés qui permettent l'examen à travers les téguments. On observe ainsi les stades de mise en charge et d'excrétion schématisés dans la figure ci-dessus.

⁽¹⁾ Séance du 15 septembre 1924.

a. Mise en charge. — Le rouge neutre diffuse d'abord dans le protoplasme, puis est fixé rapidement par de nombreuses vacuoles, petites, uniformément réparties dans la cellule; le colorant est alors précipité en petits cristaux (stade 1 de la figure). Les vacuoles augmentent de volume, les plus grosses étant le plus souvent au voisinage du noyau; celui-ci nous a paru à ce stade quelque peu turgescent; les chondriosomes ont subi un certain raccourcissement (stade 2). Les vacuoles au voisinage du noyau, bourrées de cristaux de rouge neutre, prennent l'apparence de grains mûriformes (stade 3). On voit enfin autour du noyau, mais principalement à la base de la cellule, des grains de sécrétion à contenu homogène, absolument semblables à ceux révélés par les techniques histologiques usuelles (stade 4). Tous ces stades sont observables sur les glandes non colorées, mais il est inutile d'insister sur la facilité de leur mise en évidence par le rouge neutre et sur la discrimination que permet cette coloration : on peut ainsi se rendre compte de la formation des grains de sécrétion au sein même des vacuoles sans apport direct de substance par les chondriosomes. La nature de l'intervention de ces derniers, de même que celle du noyau, ne peut encore être précisée. Nous avons pu cependant obtenir la réaction de Madelung sur le chondriome; celle de Hopkins pour le glutathion a été négative; le fer n'a pu être mis en évidence malgré un long démasquage.

b. Excrétion. — Nous avons rappelé dans la Note précédente la disposition des cellules glandulaires autour de la chambre excrétrice; cette chambre rayonne pour ainsi dire en donnant des canaux intercellulaires qui descendent plus bas que le niveau du noyau dans chaque cellule.

Or, au moment de l'excrétion on voit les grains de sécrétion se fluidifier, en quelque sorte, dans les vacuoles qui les renferment, confluer brusquement et dessiner au-dessous du noyau un magnifique appareil réticulaire, d'abord indépendant, mais qui vient bientôt s'aboucher dans les canaux intercellulaires en y vidant progressivement son contenu. Les vacuoles latérales peuvent excréter leur contenu directement dans les canaux (stade 5 de la figure). L'appareil réticulaire disparaît peu à peu, les canaux et la chambre excrétrice se gonflent au détriment des cellules (stade 6) qui déversent encore le contenu de vacuoles retardataires et diminuent passablement de volume (stade 7) jusqu'au moment de leur reconstitution (stade 8).

Nous nous sommes demandé si cet appareil réticulaire dessiné de façon si remarquable au moment de l'excrétion ne correspondait point à celui

décrit par Golgi. Or la technique de Da Fano et celle de Prenant-Kopsch nous ont donné des images absolument superposables. De plus, la méthode de Holmgren et celle de Bensley destinées à la mise en évidence de l'appareil « trophospongial », qui ont permis à deux éminents botanistes, Guilliermond et Mangenot, d'assimiler chez les végétaux l'appareil de Holmgren à l'appareil de Golgi et, qui plus est, au vacuome, nous ont donné des résultats comparables. Il est néanmoins certain que la « trophosponge » résulte d'une déformation considérable de l'appareil vacuolaire et qu'elle est bien plus un artefact que l'image de la réalité.

MM. A. Kotzareff et J. de Morsier adressent une Note intitulée: Deux cas de cancer expérimental obtenus en 16 et 17 jours avec du goudron de houille ayant subi l'action d'un courant électrique.

La séance est levée à 15h45m.

É. P.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Publications périodiques reçues pendant le deuxième trimestre 1924 Qui n'ont pas été mentionnées sur la liste du premier trimestre. (Suite et fin.)

Proceedings of the indian Association for the cultivation of Science, Calcutta.

Proceedings of the national Academy of sciences. Easton.

Proceedings of the physico-mathematical Society of Japan. Tokyo.

Proceedings of the royal Society of Edinburgh. Edinburgh.

Proceedings of the United-States national Museum. Washington.

Publicazioni della stazione zoologica di Napoli. Milano.

Publicaciones del laboratorio y seminario matematico. Madrid.

Publications de la Faculté des sciences de l'Université Mazaryk. Brno.

Publications of the astronomical Observatory of the University of Michigan.

Détroit.

Publications of the dominion astrophysical Observatory, Victoria. Publications of the dominion Observatory, Ottawa.

Réforme (La) économique, Paris.

Regenwaarnemingen in Nederlandsch-Indie. Weltevreden.

Renseignements généraux sur le commerce des colonies françaises et la navigation. Paris.

Report of the national Academy of Sciences. Washington.

Report of the New-York meteorological Observatory. New-York.

Report on the danish oceanographical expeditions 1908-1910. Copenhagen.

Report on the public library system of Great Britain and Ireland. London.

Résultats des campagnes scientifiques ... par Albert Ier. Monaco.

Review of agricultural operations in India. Calcutta.

Revista de geografia colonial y mercantil. Madrid.

Revue algologique. Paris.

Revue des études indochinoises du tourisme. Saïgon.

Revue des questions scientifiques. Louvain.

Revue du Génie militaire. Nancy.

Revue internationale de l'Enseignement. Paris.

Revue internationale de la Croix-Rouge. Genève.

Revue maritime. Paris.

Revue universelle. Paris.

Rocznik towarzystwa naukowego Warszawskiego. Warszawa. Rozpravy ceske Akademie ved a umeni. Praze.

School life. Washington.

Seismological Bulletin. Java.

Service des grandes forces hydrauliques (Résultats obtenus). Paris.

Service hydrographique de la Marine (Liste des signaux). Paris.

Service hydrographique de la Marine (Phares). Paris.

Smithsonian Institution. Bureau of american ethnology (Bulletin). Washington.

Société des ingénieurs civils de France (Annuaire). Paris.

Société roumaine des sciences (Bulletin des sciences mathématiques). Bucarest.

Spomenic serpsce cragebsce Academie. Belgrade.

Statistique de l'industrie minérale. Paris.

Sveriges officiella statistik. Socialstatistik. Stockholm.

Tables des marées. Paris.

Trabajos del laboratorio de histologia normal y patologica de la junta para ampliacion de estudios, Madrid.

Trabajos del Museo nacional de ciencias naturales. Madrid.

Transactions of the scientific Society of Turkestan, Tachkent.

Travaux de l'Académie nationale de Reims. Reims.

Travaux de l'Institut M. Nencki. Warszawa.

Travaux de la Station hydrobiologique sur le lac Wigry. Varsovie.

Travaux du laboratoire de biologie générale de l'Institut M. Nencki. Warszawa.

Treballs del Museu de Ciencies naturals. Barcelona.

Treubia, Buitenzorg.

Union sociale d'ingénieurs catholiques (Annuaire). Paris. United States department of agriculture (Department Bulletin). Washington.

Veroeffentlichungen des magnetischen Observatoriums der finnischen Akademie des Wissenschaften, Sodankyla.

Wisconsin geological and natural history Survey (Bulletin). Madison.

Zpravy.... Rapports de l'Office de statistique de la République tchécoslovaque.

Prague.